

Автоматика

Лекция 5: Устойчивость динамических систем

В предыдущей лекции

- Какие бывают параметры периодических воздействий
- Какими параметрами характеризуются отклики (выходные функции) систем на входные воздействия
- Расчеты основных частотных откликов систем: АЧХ, ФЧХ, АФЧХ
- Преобразования параллельных и последовательных фрагментов схем автоматики

О чем эта лекция?

- Понятие устойчивости
- Причины неустойчивости
- Оценка реакции и устойчивости систем
- Методы оценки устойчивости
- Методы повышения устойчивости

Понятие устойчивости

- Устойчивость — способность системы сохранять текущее состояние (или возвращаться к нему) при влиянии внешних воздействий

В технике устойчивость определяется как свойство технических систем сохранять значения конструктивных и режимных параметров в заданных пределах:

- теплогидравлическая устойчивость — свойство канальных систем с обогревом потоков сохранять параметры движения и параметры теплопередачи
- нейтронно-теплогидравлическая устойчивость ядерных реакторов — свойство ядерных реакторов сохранять стабильность процессов тепловыделения и теплосъема в активной зоне
- устойчивость энергосистем – способность сохранить синхронизм между электростанциями (способность возвращаться к установившемуся режиму после возмущений)
- В экологии устойчивость — способность окружающей среды выдерживать воздействие человека, как способность биологических систем к сохранению и развитию биоразнообразия.

Устойчивость систем автоматики

- Устойчивой называется система автоматики, которая после прекращения действия возмущающих факторов стремится к исходному или новому устойчивому состоянию, т.е. переходные процессы в ней являются затухающими.
- При отклонении регулируемого параметра от заданной величины (например, под действием возмущения или изменения задания) регулятор воздействует на систему таким образом, чтобы ликвидировать это отклонение. Если система в результате этого воздействия возвращается в исходное состояние или переходит в другое равновесное состояние, то такая система называется устойчивой. Если же возникают колебания со все возрастающей амплитудой или происходит монотонное увеличение ошибки e , то система называется неустойчивой.

Почему системы автоматики бывают неустойчивыми

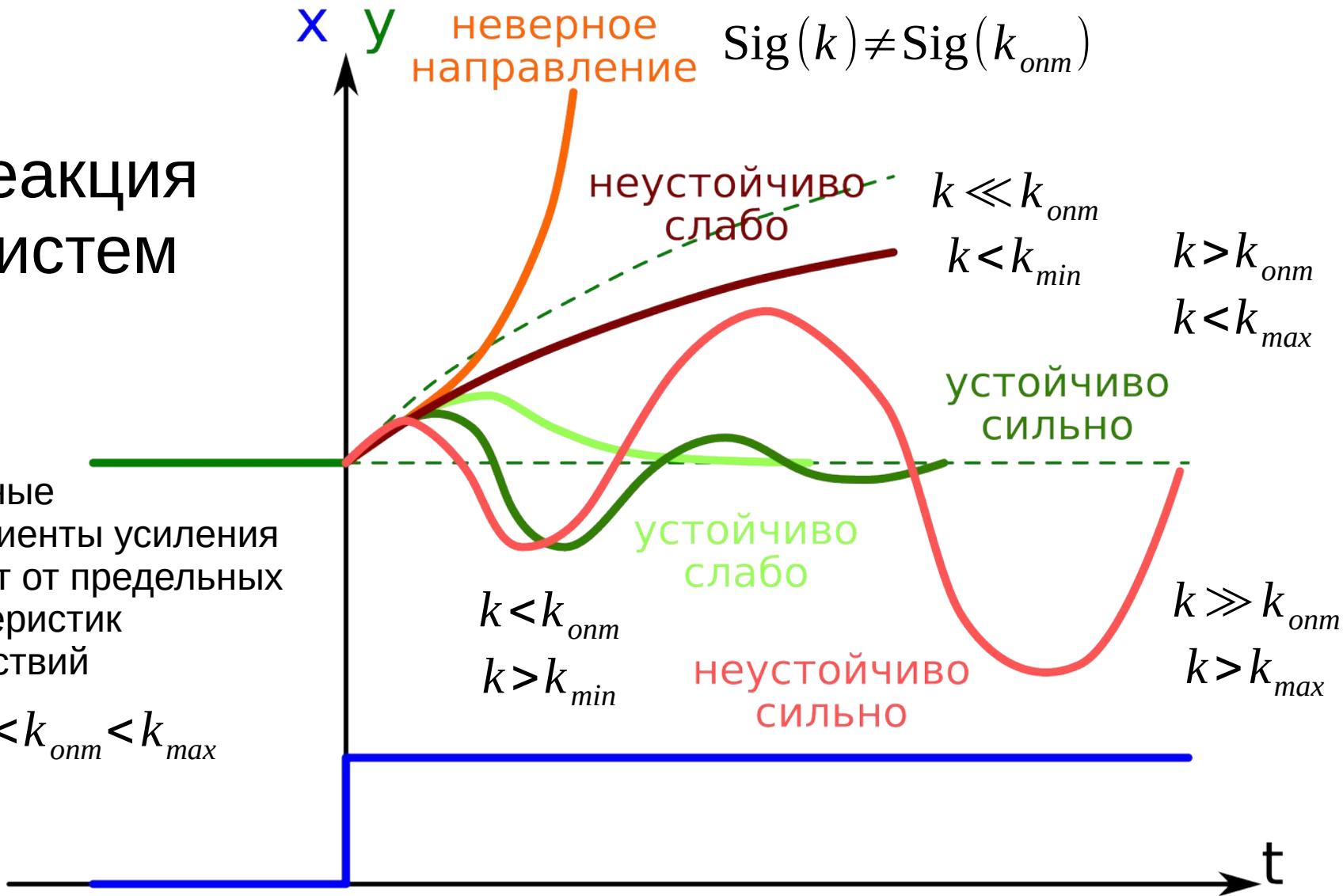
- Характеристикой устойчивости обладают только динамические системы
- Система слишком быстро (или слишком сильно) реагирует на возмущение
- Система слишком медленно (или слабо) реагирует на возмущение
- Реакция системы удаляет ее от равновесного состояния (неверное направление)

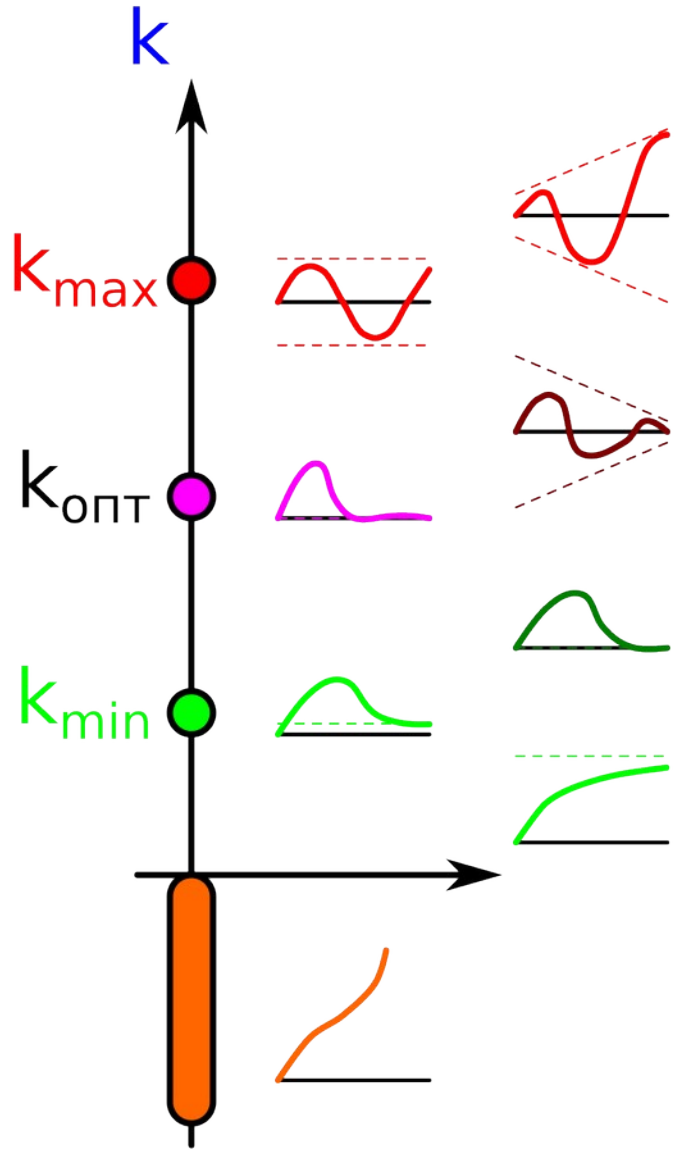
Реакция систем

x y неверное направление $\text{Sig}(k) \neq \text{Sig}(k_{onm})$

Предельные коэффициенты усиления
• Зависят от предельных характеристик воздействий

$$k_{min} < k_{onm} < k_{max}$$





Реакции системы

- Реакции системы зависят от коэффициента усиления k передаточной функции всей системы

$$W(p) = \frac{k}{T_n p^n + \dots + T_1 p + 1}$$

Виды систем

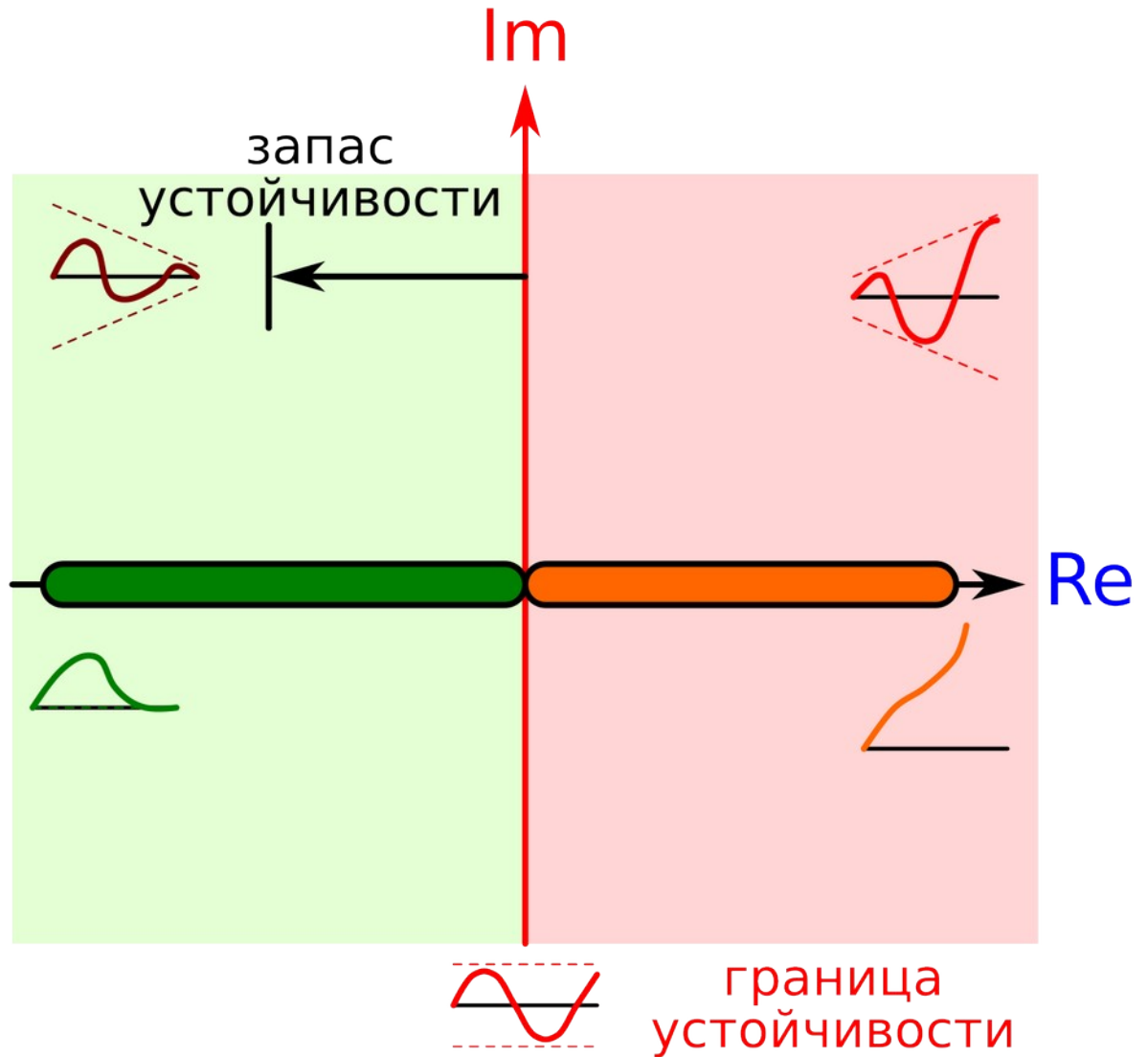
- В статических САУ все корни располагаются в левой полуплоскости, такие системы являются устойчивыми
- В астатических (не статических) САУ установившаяся ошибка отсутствует, в характеристическом уравнении отсутствует свободный член и имеется один или несколько нулевых действительных корней, расположенных в начале координат комплексной плоскости (т. е. на мнимой оси). Из-за наличия нулевых корней астатические САУ неустойчивы по управляемой величине, но устойчивы по ее первой производной, и поэтому называются нейтрально устойчивыми по управляемой величине, которая может принимать любые установившиеся значения при нулевой скорости ее изменения
- В структурно неустойчивых САУ при любых параметрах нельзя достичь устойчивости без изменения структуры. Например, контур с положительной обратной связью структурно неустойчив, поскольку в характеристическом уравнении имеется отрицательный свободный член, который дает положительный корень и бесконечно возрастающий переходный процесс в САУ

Оценка устойчивости

- Все критерии оценки устойчивости дают одинаковый результат для одной и той же системы
- Динамической устойчивостью или устойчивостью по начальным условиям (по Ляпунову) называется собственное свойство САУ возвращаться в состояние начального нулевого равновесия после затухания всех составляющих свободных движений, вызванных ненулевыми начальными условиями

Метод Ляпунова [1/2]

- Оценка делается по виду корней характеристического уравнения передаточной функции всей системы



Метод Ляпунова [2/2]

- затухающим апериодическим, если все корни действительные и отрицательные
- затухающим колебательным, если все действительные корни и вещественные части всех комплексно-сопряженных корней отрицательные
- расходящимся апериодическим, если из действительных корней хотя бы один положительный;
- расходящимся колебательным, если хотя бы один из комплексно-сопряженных корней имеет положительную вещественную часть;
- незатухающим колебательным, если хотя бы один комплексно-сопряженный корень имеет нулевую вещественную часть

Критерий Вышнеградского

- Критерий позволяет исследовать устойчивость систем произвольного порядка, но наиболее прост для систем третьей степени

$$a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0$$

- Все коэффициенты характеристического уравнения должны быть положительны
- Должно выполняться неравенство

$$a_1 a_2 > a_0 a_3$$

- В предельном случае равенства система находится на границе устойчивости

Критерий Гурвица [1/2]

- Для характеристического уравнения составляется определитель Гурвица

$$U(x) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 & \dots & \dots \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & \dots \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & a_n \end{vmatrix}$$

Критерий Гурвица [2/2]

- Главные миноры должны быть положительны

$$\forall \Delta, \Delta > 0$$

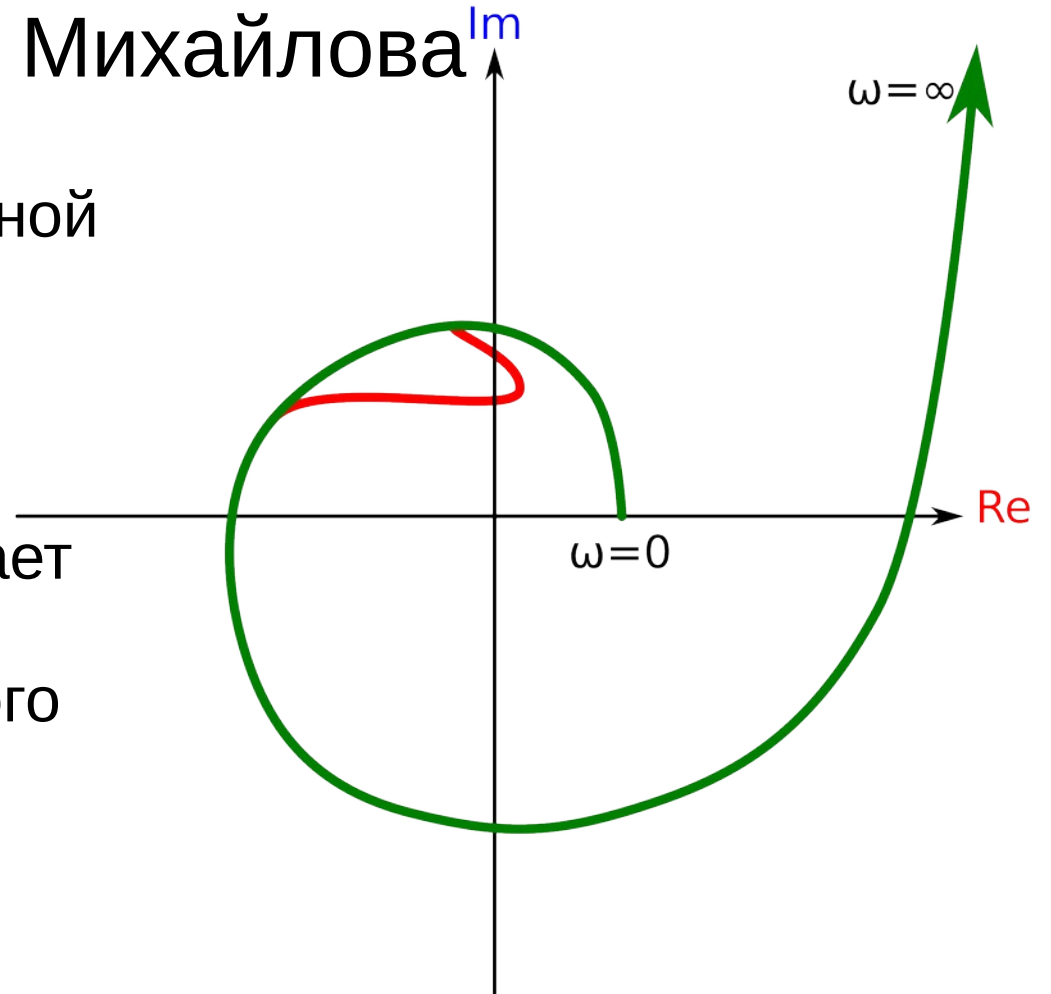
- Первый коэффициент должен быть положительен

$$a_0 > 0$$

| Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 |
|------------|------------|------------|------------|------------|
| a_1 | a_3 | 0 | ... | ... |
| a_0 | a_2 | a_4 | ... | ... |
| 0 | a_1 | a_3 | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | a_n |

Критерий Михайлова ^{Im}

- Начинается на положительной части вещественной оси
- Двигается против часовой стрелки
- Последовательно охватывает число квадрантов, равное степени характеристического уравнения



Методы повышения устойчивости

- Изменение коэффициента усиления
- Демпфирование
- Фазовый сдвиг

Заключение

- Устойчивость (и запас устойчивости) является одной из основных характеристик динамических систем
- Неустойчивые системы практически не находят применения
- Методы оценки делятся на алгебраические и частотные
- Оценка устойчивости системы позволяет определить ее пригодность для дальнейших исследований